РОЗДІЛ 8
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 330.46

Лобода О. М.
Кириченко Н. В.
Ларченко О. В.
ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет»

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЙ ВИРОБНИЦТВА АГРАРНИХ ПІДПРИЄМСТВ У РІЗНИХ РИНКОВИХ УМОВАХ

Досліджено методи, моделі та алгоритми вирішення завдань упровадження інформаційних технологій у процес управління аграрними підприємствами для підвищення ефективності роботи підприємств в умовах розвитку ринкових відносин. Показано необхідність удосконалення методів функціонування сільськогосподарських підприємств й методів з оптимізації управління аграрними підприємствами. Доопрацьовано інформаційні моделі визначення максимального обсягу випуску продукції та максимального прибутку, а також оптимальної поведінки виробника в умовах конкуренції та монополії.
Ключові слова: модель, система управління, ідентифікація системи, виробничі функції, оптимізація управління.

Постановка проблеми. Для створення автоматизованих систем управління, на основі реалізації принципу оптимальності потрібні розроблення та використання моделей технологій виробництва. Основним учасником процесу виробництва, розподілу та споживання благ є виробник, визначений як деякий об'єкт, що виробляє витрати факторів, засобів виробництва [1, с. 20]. Основне завдання, з яким зустрічається виробник, полягає у грамотному управлінні виробництвом на основі сучасних інформаційних технологій, а також у визначенні кількості продукції та розрахунку необхідних для її випуску витрат відповідно до прийнятої технології виробництва та цінами на використані ресурси і на власну продукцію. Очевидно, що рішення про випуск і витрати не можуть прийматися незалежно один від одного, тому що певні технологічні залежності обмежують можливості вибору.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідники протягом тривалого часу одержували нові відомості про властивості сільськогосподарських виробничих функцій. Однак історично ці дослідження планувалися і проводилися осторонь від формалізованих у виді рівнянь регресії виробничих функцій [2, с. 75]. Також проведення досліджень планувалося на основі явища дискретності, тобто застосовувалися два або кілька технологічних способів виробництва для визначення крапкових оцінок виходу сільськогосподарських культур і продуктів тваринництва залежно від рівня витрат факторів виробництва. У деяких випадках, хоча це і був побічний результат, отриманих даних було достатньо для висновку простих рівнянь регресії або кривих, що показують залежність випуску від витрат. Частіше експерименти і статистичні методи давали змогу лише одержати вказівки про те, чи існує математично значима різниця між рівнями врожаю або виходу продукції, що відповідають двом або трьом технологіям або рівням витрат.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Кожний виробник, ухвалюючи рішення щодо витрат і обсягу продукції, переслідує ту або іншу мету. Раніше затвердився підхід, відповідно до якого виробник прагне приймати такі рішення, які забезпечували б йому одержання максимального прибутку. Однак у виробника можуть бути й інші цілі: максимізація обсягу продажів, доходу в розрахунку на одного працівника, мінімізація витрат та ін. Ми будемо дотримуватися традиційно прийнятої точки зору: виробник прагне максимізувати свій прибуток. Побудована виходячи із цього міркування теорія виробництва дає досить реалістичний опис економічної діяльності виробника [3, с. 25].

Мета статті полягає у розробленні інформаційної моделі оптимальної поведінки виробника в умовах конкуренції та монополії та формуванні методики визначення максимального прибутку на основі функцій попиту та пропозиції продукції.

Виклад основного матеріалу дослідження. Виробництво благ здійснюється за допомогою використання певних факторів виробництва відповідно до заданої технології. Нас цікавлять не фізичні або хімічні характеристики цієї технології, а ті кількісні залежності, які є між витратами ресурсів і випусками продукції й зумовлені цією технологією. Блага, що випускаються виробником, надалі будемо, як це прийнято в економіці, називати продукцією. Виробник може споживати (використовувати для виробництва) кілька факторів (ресурсів) і випускати кілька видів продукції. Позначимо через $x_j (j = \overline{1,n})$ кількість j-го фактору виробництва, використовуваного виробником. Тоді обсяги витрат усіх факторів виробництва, що використовується виробником, можна представити як вектор $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, що має назву «вектор витрат факторів виробництва або виробничих ресурсів». Під простором витрат E_+^n будемо розуміти множину всіляких векторів витрат виробника, що є невід'ємним орантом n-мірного векторного простору Ет, тобто $E_+^n = \{x = (x_1, x_2, ..., x_n): x_j \geq 0,\ j = \overline{1,n}\}$. Простір витрат може являти собою й деяку замкнуту або відкриту множину витрат $G \in E_+^n$. Тут $x_1^{\min}$ і $x_2^{\min}$ – мінімальні обсяги ресурсів, необхідних для підтримки процесу виробництва в робочому стані, $x_1^{\max}$ і $x_2^{\max}$ – максимальні обсяги ресурсів, наявних на ринку ресурсів. Варто зауважити, що, як і у випадку споживача, під час моделювання поведінки виробника простір витрат може бути представлений у вигляді безперервної множини, дискретної множини або дискретно-безперервної множини. Але ми надалі будемо розглядати тільки безперервний простір факторів виробництва, тобто будемо припускати, що всі фактори виробництва будуть розподілені [4, с. 80].

Кожному вектору x витрат факторів виробництва відповідають певні обсяги випуску продукції за даної технології. Позначимо через y_i ($i=\overline{1,m}$) обсяг випуску i-го виду продукції, тоді вектор $y=(y_1,y_2,...,y_m)$ являє собою обсяги випуску продукції всіх видів, вироблених виробником, під час використання витрат факторів виробництва, заданих вектором x. Вектор у назвемо вектором випуску продукції. Таким чином, вектор витрат x визначає вектор y випуску продукції. Пари векторів (x, y) називають технологічним процесом. Сукупність усіляких технологічних процесів (x, y) називають технологічною множиною виробника, або множиною виробничих можливостей. У структурі технологічної множини відображаються особливості технології, так що вивчення технології виробника зводиться до вивчення його технологічної множини. Виробника, мабуть, повинні цікавити найбільш ощадливі перетворення виробничих ресурсів у продукти. Технологічний процес (x^*, y^*) називається ефективним або оптимальним по Парето [5, с. 216], якщо не існує іншого процесу виробника, більш ефективного, ніж (x^*, y^*). Природно, що виробника повинні цікавити тільки ефективні технологічні процеси. Таким чином, існує певна залежність між використовуваними об'ємами факторів виробництва й максимальним рівнем виробництва, якого вони дають змогу досягти. Розглянемо найбільш простий випадок. Нехай виробник випускає тільки один вид продукції, що забезпечується одним єдиним фактором виробництва, наприклад працею. Тоді використання праці в обсязі x^* дає змогу випустити максимальний обсяг продукції y^* або будь-який інший обсяг продукції z, менший, ніж y^*. Тоді процес (x^*, y^*) буде ефективним, а всі інші процеси (x^*, z), де $0 \le z < y^*$ будуть неефективними.

За безперервної зміни кількості використаної праці ефективні процеси будуть зображуватися кривою, а множина всіх технологічних процесів (технологічна множина) – областю, укладеною між цією кривою та віссю $0x$. Пари векторів (x, y), що задають технологічний процес, можна розглядати як вектор простору E^{n+m}, що називається вектором витрат – випуску виробника. Тоді технологічна множина – множина всіляких векторів витрат-випусків у просторі E^{n+m}. Звичайно приймається додаткова гіпотеза про те, що технологічна множина опукла. Розглянемо такі технологічні процеси, у кожному з яких виготовляється тільки один продукт. Такі процеси назвемо однопродуктовими. Нехай під час виготовлення однієї одиниці продукції ресурс j-го виду використовується в кількості a_j. Тоді вектор витрат на одиницю продукції $a=(a_1,a_2,...,a_n)$. Якщо випуск продукції становить у одиниць, то тоді вектор витрат ресурсів – $x = ya$. Нехай тепер той самий продукт виробляється декількома (r) технологічними процесами, причому кожний процес, за певного сполучення ресурсів, забезпечує випуск однієї одиниці продукції. Ці процеси задаються векторами витрат

$$a_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ \mathrm{a}_{n1} \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ \mathrm{a}_{n2} \end{pmatrix}, ..., a_r = \begin{pmatrix} a_{1r} \\ a_{2r} \\ \vdots \\ \mathrm{a}_{nr} \end{pmatrix}$$

простору E_+^n Якщо $y_1,y_2,...,y_r$ – кількість продукції, що випускається, відповідно 1, 2,...r процесами, тоді загальний випуск продукції – $y=y_1+y_2+...+y_r$, а вектор витрат ресурсів – $x=a_1y_1+a_2y_2+...+a_ny_n$.

Тоді пари $(x,y) = \begin{pmatrix} a_1y_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_2y_2 \\ y_2 \end{pmatrix} + ... + \begin{pmatrix} a_ry_r \\ y_к \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1y_1 + a_2y_2 + ... + a_ry_r \\ y_1 + y_2 + ... + y_r \end{pmatrix}$

при $y_1 \ge 0$, $y_2 \ge 0$,...,$y_r \ge 0$ задають технологічну множину. Рішення цієї задачі й виявить ті процеси, які варто використати у виробництві даного виду продукції у цій ситуації, тобто це ті процеси, вектори витрат яких увійдуть в оптимальний базис.

Виробник, як було сказано, намагається домогтися, щоб використані процеси були ефективними, таким чином, зацікавленість представляє не всю технологічну множину, а його границю. Отже, достатньо розглядати лише функцію, що задає границю технологічної множини [6, с. 130]. Така функція й називається виробничою. У загальному виді цю функцію можна записати в такий спосіб: $\Phi(x,y) = \Phi(x_1,x_2,...,x_m) = 0$. Вона зв'язує витрати x та випуск продукції у за ефективних технологій, але знайти її для сільськогосподарських задач, як було показано раніше, досить важко.

У змішаній економіці різні виробники можуть функціонувати за різних ринкових структур. Нас будуть цікавити структури, зумовлені різним ступенем зрілості ринкових відносин: досконала конкуренція, монополія, монопсонія, олігополія й олігопсонія. Ці типи ринків розрізняються між собою передусім кількістю учасників, що виступають як у ролі продавців, так і в ролі споживачів. Розглянемо кожну із цих форм ринкових структур:

1. Виробник діє на ринку товарів і послуг і на ринку факторів виробництва в умовах досконалої конкуренції, якщо: ціни кожного фактору виробництва заздалегідь задані; ціна виробленої продукції фіксована; ціни на фактори виробництва й вироблену продукцію не залежать від прийнятих виробником рішень; виробник може придбати будь-яку необхідну кількість факторів виробництва; виробник може збути всю свою вироблену продукцію. Це означає, що виробник споживає незначну кількість факторів виробництва й робить відносно мало продукції порівняно із загальними обсягами факторів виробництва й продукції ринків, так що його дії не позначаються на цінах ринків.

2. Виробник має монополію на ринку благ (товарів і послуг) під час реалізації свого продукту, коли: тільки він один постачає на ринок цей продукт; попит на цей продукт формується великою кількістю споживачів, що діють незалежно один від одного. У цих умовах виробник має справу з попитом, величина якого змінюється залежно від ціни на продукцію, але характер цієї зміни не залежить прямо від його рішень, тобто ціна на продукцію залежить тільки від кількості продукції, що виробник запропонує для продажу на ринок. Таким чином, монополіст може вплинути на ціну продукції, варіюючи обсяг випуску своєї продукції.

3. Виробник функціонує на ринку ресурсів в умовах монопсонії, коли: виробник є єдиним покупцем факторів виробництва на ринку ресурсів; ціни на фактори виробництва можуть варіюватися залежно від обсягу їхнього попиту. У цьому разі, будучи єдиним покупцем деякого ресурсу, виробник може вплинути на його ціну шляхом збільшення або зменшення попиту на нього, тобто виробник може придбати більшу кількість даного ресурсу, запропонувавши більшу плату (ціну) за нього.

4. Виробник діє в умовах олігополії, якщо: на ринку товарів і послуг діє невелике число виробників того самого продукту; кожний із виробників робить значний внесок у місткість ринку, так що кожний із них має можливість робити дію на ціну продукції. У цьому разі, приймаючи власне рішення про випуск продукції, виробник повинен ураховувати й рішення, прийняті іншими виробниками, що діють на ринку товарів і послуг.

5. Виробник діє в умовах олігопсонії, коли: на ринку ресурсів діє невелике число виробників, що придбають ті самі фактори виробництва; кожний із виробників придбає порівняно великий обсяг ресурсів, так що кожний із них може впливати на ціну ресурсів. У такій ситуації виробник також не може мати повного впливу на ринку ресурсів, тому що величина цін і обсягів ресурсів, які здобуті, залежить від дій кожного з виробників, що придбають ресурси на цьому ринку.

У змішаній економіці можна виділити: дрібних виробників; середніх виробників; великий бізнес. Дрібні виробники, як правило, утворюють найбільший за чисельністю сектор економіки. Цей сектор відіграє велику роль у підтримці конкурентних відносин в економіці та швидше за інших реагує на економічну обстановку, що змінюється, пристосовуючись до неї. Ці виробники, як правило, діють в умовах досконалої конкуренції.

Середні виробники найчастіше спеціалізуються на випуску продукції, що користується постійним, але обмеженим попитом. Їм доводиться конкурувати як із дрібним, так із великим бізнесом. Вони виступають найчастіше в ролі мінімонополій.

Великий бізнес робить масову, стандартну продукцію, розраховану на широко розповсюджені потреби. Він виступає в ролі великих монополій, тому що саме монополія має у своєму розпорядженні найкращі можливості для випуску масової продукції.

Припустимо, що основна мета виробника полягає у максимізації прибутку шляхом вибору набору x витрат ресурсів за заданої виробничої функції $y=f(x)$, ціні р продукції, що випускається, та вектори цін $q=(q_1,q_2,...,q_n)$ ресурсів, тобто передбачається, що виробник діє в умовах досконалої конкуренції. Прибуток Π дорівнює доходу за винятком витрат виробництва, тобто:

$$\Pi=py-(q_1x_1+q_2x_2+...+q_nx_n)=py-\sum_{j=1}^{n}q_jx_j.$$

Будемо розрізняти довгострокову задачу виробника й короткострокову. У довгостроковій перспективі виробник може вибрати будь-який вектор витрат із простору витрат E_+^n. Тому задача формулюється так: знайти $\max\Pi=py-\sum_{j=1}^{n}q_jx_j$ за умов $y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$, $x_j \geq 0$, $j=\overline{1,n}$.

У короткостроковій задачі з'являються обмеження на вибір витрат через облік, наприклад, різних лімітів поставок ресурсів по договірних зобов'язаннях. У цій задачі виробник повинен вибрати такий вектор витрат $x=(x_1,x_2,\dots,x_n)$, що максимізує прибуток $\Pi=py-\sum_{j=1}^{n}q_jx_j$, де $y=f(x_1,x_2,\dots,x_n)$, за додаткових умов $g_i(x_1,x_2,\dots,x_n) \leq b_i$, $i=\overline{1,m}$, $x_j \geq 0$, $j=\overline{1,n}$. Довгострокові й короткострокові задачі виробника належать до задач математичного програмування. Обмежимося тут дослідженням тільки довгострокової задачі виробника. Необхідними умовами для максимізації прибутку (умови Куна-Таккера) за $j=\overline{1,n}, x_j \geq 0$ є:

$$\frac{\partial\Pi}{\partial x_j}=p\frac{\partial y}{\partial x_j}-q_j \leq 0,\ \frac{\partial\Pi}{\partial x_j}x_j=\left(p\frac{\partial y}{\partial x_j}-q_j\right)x_j=0.$$

Із цих умов виходить, що якщо $x_j>0$, то $p\frac{\partial y}{\partial x_j}-q_j=0$ або $p\frac{\partial y}{\partial x_j}=q_j$. Якщо ж $p\frac{\partial y}{\partial x_j}-q_j<0$, то $x_j=0$. Помітимо, що $p\frac{\partial y}{\partial x_j}$ являє собою вартість граничного продукту в точці оптимуму для j-го ресурсу. Звідси можна зробити висновок: якщо ресурс використовується для досягнення максимуму прибутку, тоді вартість граничного продукту для ресурсу j дорівнює вартості одиниці використаного ресурсу. Якщо ж вартість граничного продукту для ресурсу j менше вартості одиниці ресурсу, що використовується, то цей ресурс недоцільно використовувати у виробництві. Припустимо, що в точці оптимуму всі ресурси використовуються, тобто $x^* > 0$. Якщо $j=\overline{1,n}$, тоді в точці оптимуму маємо: $p\frac{\partial y}{\partial x_i}=q_j$. Ці умови можна записати у вигляді $p=qj/\frac{\partial y}{\partial x_j}$, що означає: ціна продукту співпадає з витратами на одиницю граничного продукту. Таким чином, для всіх ресурсів, затрачуваних у виробництві, ми одержуємо умови максимуму прибутку при $j=\overline{1,n}$: $p\frac{\partial f}{\partial x_j}=q_j$, які означають, що коли виробник працює оптимально (з максимальним прибутком), вартість додаткового продукту на додаткову одиницю використаного ресурсу j-го виду дорівнює ціні цього ресурсу. Якби ця умова не була виконана, то або $p\frac{\partial f}{\partial x_j}>q_j$ або $p\frac{\partial f}{\partial x_j}<q_j$. У першому випадку має сенс збільшити використання j-го ресурсу, поки не буде виконана умова $p\frac{\partial f}{\partial x_j}=q_j$, тому що одиниця його додаткового використання дає виробникові додатковий прибуток $\Pi j = \frac{\partial f}{\partial x_j}-q_j$.

У другому випадку збільшення j-го ресурсу приводить до збитку у зв'язку з тим, що $p\frac{\partial f}{\partial x_j}-q_j<0$, тому прагнення збільшити прибуток приводить до зменшення збитку, тобто зменшенню використання j-го ресурсу, поки не буде виконана умова $p\frac{\partial f}{\partial x_j}=q_j$ або поки j-й ресурс не буде виключений із виробництва ($x_j=0$). Таким чином, за фіксованих цін ми маємо n рівнянь, причому $j=\overline{1,n}, p\frac{\partial f}{\partial x_j}=q_j$, з яких можна визначити значення кількостей $x_1^*,x_2^*,\dots,x_n^*$ ресурсів, за яких прибуток виробника максимальний. Витрати є функцією $C(y)$ від випуску y, і якщо функція $C(y)$ явно задана, то задача максимізації прибутку зводиться до знаходження максимуму функції однієї змінної

$$y\text{-}\Pi(y)=py\text{-}C(y).$$

Необхідною умовою оптимальності є $\frac{d\Pi}{dy}=p-\frac{dC}{dy}=0$, тобто $\frac{dC}{dy}$=р, що означає рівність граничних витрат і ціни продукції. Достатньою умовою максимуму є позитивність другої похідної $\frac{d^2C}{dy^2}$. Це означає, що граничні витрати повинні зростати. Оптимальний рівень випуску за ціни р і заданих цінах на ресурси перебуває з умови $\frac{dC}{dy}$=р.

Виробник у короткий період, визначаючи обсягу випуску продукції, зіштовхується із цілою низкою обмежень виробничого характеру: недостачею машино-годин роботи різних видів устаткування, обмеженими обсягами сировини, матеріалів, недоліком кваліфікованої праці та ін. Всі ці фактори взяті разом призводять до появи «вузьких місць» у виробництві. Подолання цих ускладнень сполучено з більшими витратами, а часто взагалі неможливо протягом короткого періоду часу (місяця, кварталу, року). У зв'язку із цим, приймаючи рішення про обсяги випуску продукції, у цих складних умовах для одержання максимального прибутку виробник повинен урахувати обмеження на використані обсяги ресурсів.

Розглянемо, як змінюються випуск продукції виробника і його попит на фактори виробництва за зміни ціни р на продукцію й цін $q_1, q_2,\dots,q_n$ на фактори виробництва. Ці зміни характеризуються частками похідних функцій $y^*, x_1^* x_2^*, \dots, x_n^*$ за ціною р і цінами $q_1, q_2,\dots,q_n$ факторів. Можна показати, що завжди $\frac{\partial y^*}{\partial p}>0$, тобто зростання ціни продукції завжди призводить до збільшення оптимального випуску продукції, тобто крива випуску (пропозиції) продукції є зростаючою.

Крім того, існують такі ресурси, для яких $\frac{\partial x_j^*}{\partial p}> 0$, тобто зростання ціни продукції повинно призвести до підвищення попиту на деякі ресурси, тому що випуск продукції при цьому буде зростати. Такі ресурси називаються цінними. Якщо $\frac{\partial x_j^*}{\partial p} < 0$, то ресурс j називається малоцінним, тобто зростання ціни продукції призводить до зменшення попиту на цей ресурс.

Можна також установити, що $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_j} < 0$, тобто підвищення ціни ресурсу призводить завжди до зменшення попиту на цей ресурс. Ресурси діляться на дві категорії: взаємозамінні та взаємодоповнюючі. Ресурси j і k називаються взаємозамінними, якщо $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_k} > 0$, тобто якщо підвищення ціни на k-й ресурс викликає підвищений попит на j-й ресурс. Ресурси j і k називають взаємодоповнюючими, якщо $\frac{\partial x_j^*}{\partial p_k}<0$, тобто підвищення ціни на k-й ресурс веде до зниження попиту не тільки на k-й ресурс, а й на j-й ресурс. Проілюструємо викладене на прикладі. Як було встановлено, для виробничої функції $y = x_1^{1/2} x_2^{1/3}$ функціями попиту на фактори виробництва є $x_1^*=\frac{p^6}{144q_1^4q_2^2}$, $x_2^*=\frac{p^6}{216q_1^3q_2^3}$, а функцією пропозиції продукції – $y^*=\frac{p^5}{72q_1^3q_2^2}$.

Обчислимо реакції виробника за зміни ціни p продукції – $\frac{\partial x_1^*}{\partial p} = \frac{6p^5}{144q_1^4q_2^2} = \frac{p^5}{24q_1^4q_2^2} > 0$, тобто попит на перший фактор виробництва росте під час росту ціни продукції. Аналогічно $\frac{\partial x_2^*}{\partial p} = \frac{6p^5}{216q_1^3q_2^3} = \frac{p^5}{36q_1\,3q_2^3} > 0$. Тому що $\frac{\partial x_1^*}{\partial p_1} = -\frac{p^6}{36q_1^5q_2^2} < 0$, то $\frac{\partial x_2^*}{\partial q_2} = -\frac{p^6}{72q_1^3q_2^4} < 0$, то з ростом ціни факторів виробництва попит на кожний із них падає. Як неважко переконатися, $\frac{\partial x_1^*}{\partial q_2} = \frac{\partial x_2^*}{\partial q_1} = -\frac{p^6}{72q_1^4q_2^3} < 0$, і, отже, ці два фактори виробництва є взаємнододані. Для функцій попиту на фактори виробництва та функції пропозиції продукції можна визначити коефіцієнти еластичності за цінами $p, q_1, q_2,\dots,q_n$... Тому реакцію виробника на зміну цін можна виміряти й за допомогою коефіцієнта еластичності. Обчислимо коефіцієнт еластичності для функцій нашого прикладу:

а) $E_1^p = \frac{\partial x_1^*}{\partial p} \div \frac{x_1^*}{p} = \frac{p^5}{24q_1^4q_2^2} \div \frac{p^5}{144q_1^4q_2^2} = 6 > 0;$

$E_1^{q_1} = \frac{\partial x_1^*}{\partial q_1} \div \frac{x_1^*}{q_1} = -\frac{p^6}{36q_1^5q_2^2} \div \frac{p^6}{144q_1^5q_2^2} = -4 < 0;$

$E_1^{q_2} = \frac{\partial x_1^*}{\partial q_2} \div \frac{x_1^*}{q_2} = -\frac{p^6}{72q_1^4q_2^3} \div \frac{p^6}{144q_1^4q_2^3} = -2 < 0;$

б) $E_2^p = \frac{\partial x_2^*}{\partial p} \div \frac{x_2^*}{p} = \frac{p^5}{36q_1^3q_2^3} \div \frac{p^5}{216q_1^3q_2^3} = 6 > 0;$

$E_2^{q_1} = \frac{\partial x_2^*}{\partial q_1} \div \frac{x_2^*}{q_1} = -\frac{p^6}{72q_1^4q_2^3} \div \frac{p^6}{216q_1^4q_2^3} = -3 < 0;$

$E_2^{q_2} = \frac{\partial x_2^*}{\partial q_2} \div \frac{x_2^*}{q_2} = -\frac{p^6}{24q_1^3q_2^4} \div \frac{p^6}{72q_1^3q_2^4} = -3 < 0;$

в) $E_y^p = \frac{\partial y^*}{\partial p} \div \frac{y^*}{p} = \frac{5p^4}{72q_1^3q_2^2} \div \frac{p^4}{72q_1^3q_2^2} = 5 > 0;$

$E_y^{q_1} = \frac{\partial y^*}{\partial q_1} \div \frac{y^*}{q_1} = -\frac{p^5}{24q_1^4q_2^2} \div \frac{p^5}{726q_1^4q_2^2} = -3 < 0;$

$E_y^{q_2} = \frac{\partial y^*}{\partial q_2} \div \frac{y^*}{q_2} = -\frac{p^5}{36q_1^3q_2^3} \div \frac{p^5}{72q_1^3q_2^3} = -2 < 0.$

Тому що ці функції однорідні нульового ступеня, сума всіх коефіцієнтів еластичності для кожної з них дорівнює нулю, тобто $E_1^p + E_1^{q_1} + E_1^{q_2} = 6 - 4 - 2 = 0$, $E_2^p + E_2^{q_1} + E_2^{q_2} = 6 - 3 - 3 = 0$, $E_y^p + E_y^{q_1} + E_y^{q_2} = 5 - 3 - 2 = 0$.

Отже, якщо функції попиту на фактори виробництва та функція пропозиції продукції знайдені в явній формі, то ми можемо визначити, як реагує виробник під час зміни цін на продукцію та на фактори виробництва, тобто яка чутливість оптимальних витрат факторів і обсягу випуску продукції за зміни цін на ринках. Для цього досить обчислити відповідні частки похідні або ж коефіцієнти еластичності. Якщо ж ці функції не вдається одержати в явному виді, то тоді, зважаючи на y та $x_1, x_2,\dots$, від ціни р продукції й вектору цін $q=(q_1, q_2,\dots q_n)$ факторів виробництва, ми можемо скористатися такими $(n+1)$-рівностями:

$$y^*(p,q) = f(x_1^*(p,q), x_2^*(p,q), \dots, x_n^*(p,q)) \text{ і}$$

$$p\frac{\partial f}{\partial x_j}(x_1^*(p,q), x_2^*(p,q), \dots, x_n^*(p,q)) = q_j.$$

Диференціюючи ці рівності послідовно за змінним $p, q_1, q_2,\dots,q_n$, ми можемо з отриманих систем рівнянь знайти ступінь зміни оптимальних витрат факторів, тобто похідні $\frac{\partial x_j^*}{\partial q_1}, \frac{\partial x_j^*}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial x_j^*}{\partial q_n}$, $j=\overline{1,n}$. і ступінь зміни оптимального випуску продукції, тобто похідні $\frac{\partial y_j^*}{\partial p}, \frac{\partial y_j^*}{\partial q_1}, \frac{\partial y_j^*}{\partial q_2}, \dots, \frac{\partial y_j^*}{\partial q_n}$

Так, наприклад, диференціюючи ці тотожності по p, одержуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial y^*}{\partial p} = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\partial f}{\partial x_k}\dfrac{\partial x_k^*}{\partial p}; \\ \dfrac{\partial f}{\partial x_j} + p\sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k}\dfrac{\partial x_k^*}{\partial p} = 0, j = \overline{1,n} \end{cases},$$

де $\frac{\partial y^*}{\partial p}$ характеризує зміну оптимального обсягу випуску продукції за зміни її ціни; $\frac{\partial x_k^*}{\partial p}$ – вплив зміни ціни продукції на оптимальні обсяги витрат факторів виробництва, а $\frac{\partial f}{\partial x_j}$ – гранична продуктивність j-го фактору виробництва.

Вирішуючи отриману систему з $(n+1)$ лінійних рівнянь $(n+1)$ змінними $\frac{\partial y^*}{\partial p}, \frac{\partial x_1^*}{\partial p}, \frac{\partial x_2^*}{\partial p}, \dots, \frac{\partial x_n^*}{\partial p}$, виразимо ці змінні через граничні продуктивності факторів виробництва $\frac{\partial f}{\partial x_j}$, причому $j=\overline{1,n.}$, ціну p і другі частинні похідні $\frac{\partial^2 f}{\partial x_j \partial x_k}$ ($j=\overline{1,n.}$; $k=\overline{1,n.}$) виробничої функції $y=f(x_1,x_2,...,x_n)$.

Висновки. Запропоновано методику моделювання технологій виробництва за допомогою задач виробника в різних ринкових структурах. Дана інформація використовується під час розгляду питань розподілу та споживання благ виробником, на основі яких запропоновано процес прийняття рішень для керівника аграрного підприємства. Розроблено модель визначення кількості випуску продукції та розрахунку витрат, необхідних для її випуску. У запропонованій моделі враховуються, відповідно до прийнятої технології, ціни на використовувані ресурси та на власну продукцію. Розроблено інформаційну модель оптимальної поведінки виробника в умовах конкуренції та монополії. Запропоновано методику визначення максимального прибутку на основі функцій попиту та пропозиції продукції.

Список використаних джерел:

1. Семененко В.М. Економічна теорія. Політекономія : [навч. посіб.] / В.М. Семененко [та ін.]. – К. : Центр учбової літератури, 2010. – 360 с.
2. Азарова А.О. Економетрія. Частина 2 : [навч. посіб.] / А.О. Азарова [та ін.]. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 118 с.
3. Набава М.І. Економіка та організація виробничої діяльності підприємства : Ч. 1 Економіка підприємства : [навч. посіб.] / М.І. Небава, О.О. Адлер, О.Й. Лесько. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 117 с.
4. Вітлінський В.В. Моделювання економіки : [навч. посіб.] / В.В. Вітлінський. – К. : КНЕУ, 2003. – 408 с.
5. Косік А.Ф. Мікроекономіка : [навч. посіб.] / А.Ф. Косік, Г.Е. Гронтковська ; 2-е вид. – К. : Центр учбової літератури, 2008. – 438 с.
6. Лобода О.М. Актуальні проблеми ідентифікації та моделювання структури управління підприємством / О.М. Лобода, Н.В. Кириченко // Науково-технічний журнал Хмельницького економічного університету. – 2015. – Вип. 3(39). – С. 130–134.

Лобода Е. Н.
Кириченко Н. В.
Ларченко О. В.
ГВУЗ «Херсонский государственный аграрный университет»

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ПРОИЗВОДСТВА АГРАРНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ В РАЗЛИЧНЫХ РЫНОЧНЫХ УСЛОВИЯХ

Резюме
Исследованы методы, модели и алгоритмы решения задач внедрения информационных технологий в процесс управления аграрными предприятиями для повышения эффективности работы предприятий в условиях развития рыночных отношений. Показана необходимость совершенствования методов функционирования сельскохозяйственных предприятий и методов по оптимизации управления аграрными предприятиями. Доработаны информационные модели определения максимального объема выпуска продукции и максимальной прибыли, а также оптимального поведения производителя в условиях конкуренции и монополии.

Ключевые слова: модель, система управления, идентификация системы, производственные функции, оптимизация управления.

Loboda O. M.
Kyrychenko N. V.
Larchenko O. V.
SHEI «Kherson State Agricultural University»

MODELING AND OPTIMIZATION TECHNOLOGY PRODUCTION OF AGRARIAN ENTERPRISES IN DIFFERENT MARKET CONDITIONS

Summary
The study investigates methods, models and algorithms of solving the problems, implementation of information technologies in the process of managing agrarian enterprises with the purpose of increasing the efficiency of enterprises in the development of market relations. The study illustrates the need to improve the methods of functioning of agricultural enterprises and methods to optimize the management of agricultural enterprises. Information models for determining the maximum volume of output and maximal profit, as well as optimal behavior of the producer under conditions of competition and monopoly are completed.

Key words: model, control system, system identification, production functions, optimization of management.